Fachhochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 39 14
jutta.arrenberg@fh-koeln.de

Übungen zur Vorlesung Wirtschaftsstatistik

Lageparameter

Aufgabe 5.1
Drei Studierende A, B, C zahlen folgende Miete pro Monat:

- A zahlt 10 € pro m^2 für sein 21 m^2 großes Zimmer
- B zahlt 10 € pro m^2 für sein 19 m^2 großes Zimmer
- C zahlt 11 € pro m^2 für ihr 25 m^2 großes Zimmer

a) Was zahlen die drei im Durchschnitt an Monats-Miete pro Person?

b) Wie hoch ist der durchschnittliche Quadratmeter-Preis an monatlicher Miete?

c) Was ist der häufigste qm-Preis?

d) Wie hoch ist die mediane Miete pro m^2?

e) Student A hat vor drei Jahren noch 9,00 € pro qm bezahlt. Um wie viel Prozent ist im Zeitraum der letzten drei Jahre sein qm-Preis durchschnittlich pro Jahr gestiegen?

Aufgabe 5.2
Von je 1 000 Rentnerinnen bzw. Rentnern bekommen in Deutschland eine monatliche Rente:

von	Frauen	Männer
unter 150 Euro	112	45
150 bis unter 300	187	44
300 bis unter 450	131	42
450 bis unter 600	162	52
600 bis unter 750	196	78
750 bis unter 900	112	113
900 bis unter 1 200	77	299
1 200 bis unter 1 500	20	226
1 500 Euro und mehr	3	101

Stand: Ende 2002
Quelle: VDR

Vergleichen Sie das Rentenniveau von Rentnerinnen und Rentnern anhand einer statistischen Maßzahl. Welches Geschlecht bezieht die höhere Rente?
Bemerkung: In Deutschland liegt im Jahr 2009 das Gehalt von Frauen im Durchschnitt 12% unter dem Gehalt eines Mannes bei gleicher Qualifikation. Diese

Phänomen wird in der Literatur als Gender Pay Gap bezeichnet.

Aufgabe 5.3
Bei einer Umfrage unter 5 000 US-Amerikanern, wie viele Minuten sie für den Hinweg zu iher Arbeitsstelle benötigen, ergaben sich folgende Werte:

	Prozent
null bis 20 Minuten	20,3
über 20 bis 30 Minuten	60,9
über 30 bis 48 Minuten	18,8

Wie viele Minuten verbringt ein US-Bürger im Durchschnitt auf dem Weg zur Arbeit?

Aufgabe 5.4 (Klausur 19.04.2006)
Ein Hotel in den Schweizer Alpen rechnet in der nächsten Skisaison aufgrund von Erfahrungswerten mit den folgenden Gewinnen in Abhängigkeit der Schneemenge:

Schneemenge	Gewinn
Extrem viel Schnee	800 000 GE
Viel Schnee	500 000 GE
Normale Schneemenge	200 000 GE
Wenig Schnee	−200 000 GE
Kein Schnee	−300 000 GE

Die langfristigen Wettervorhersagen ergeben:

Schneemenge	Wahrscheinlichkeit
Extrem viel Schnee	0,15
Viel Schnee	0,25
Normale Schneemenge	0,40
Wenig Schnee	0,12
Kein Schnee	0,08

Zur Verlustabsicherung schließt das Hotel eine „Schneeversicherung“ ab. Dabei erhält das Hotel 200 000 GE, falls wenig oder kein Schnee fällt. Die „Schneeversicherung“ kostet 35 000 GE. Lohnt es sich für das Hotel, die „Schneeversicherung“ abzuschließen?

Aufgabe 5.5
Auf einem Volksfest wird eine Wohltätigkeitslotterie veranstaltet. Die Lose sind mit den Nummern 1000 bis 2000 (jeweils einschließlich) versehen. Die Hauptgewinne von 100 Euro fallen auf die Lose mit den Endziffern 000, 250, 500; für alle Lose mit den Endziffern 33, 44, 55 und 66 gibt es Gewinne von 20 Euro; Trostpreise in Höhe von 3 Euro gibt es für Lose mit den Endziffern 7, 8 und 9. Die Zufallsvariable X gibt den Losgewinn an.

a) Tabellieren Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X.

b) Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

c) Wie hoch müsste der Veranstalter der Lotterie den Preis für ein Los ansetzen, damit er einen Gewinn erzielt?

Aufgabe 5.6
Im Norden eines Landes beträgt die Geburtenrate 1,2 Kinder pro Frau, während im Süden des Landes die Geburtenrate 1,5 Kinder pro Frau beträgt. Insgesamt wohnen in dem Land 25 Mio Frauen, von denen 20 Mio im Norden des Landes wohnen. Wie hoch ist die Geburtenrate des Landes?

Aufgabe 5.7
Die Verbraucherpreise in Deutschland haben sich gegenüber dem Vorjahr prozentual wie folgt verändert (Quelle: Statistisches Bundesamt):

Jahr	Rendite in %
2007	2,3%
2008	2,6%
2009	0,4%
2010	1,1%
2011	2,1%
2012	2,0%

Um wie viel Prozent sind die Verbraucherpreise im Zeitraum von 2008 bis 2012 durchschnittlich pro Jahr gestiegen?

Lösung zu Aufgabe 5.1:

a) $\overline{x} = \frac{1}{3}\,[10 \cdot 21 + 10 \cdot 19 + 11 \cdot 25] = \frac{625}{3} = 225$
d.h. pro Monat wurden durchschnittlich etwa 225 € für Miete ausgegeben.

b) $\frac{210 + 190 + 275}{21 + 19 + 25} = \frac{675}{65} = 10{,}3846$
d.h. der durchschnittliche Quadratmeterpreis beträgt 10,38 €.

c) $x_{\text{Modus}} = 10$ €/m^2
d.h der häufigste Quadratmeterpreis beträgt 10 €/m^2

d)

x_i	n_i	n_i/n	F_i
10	2	2/3	2/3
11	1	1/3	1

$x_{0,50} \approx 10$
d.h. die mediane Miete pro m^2 beträgt 10 €.

e)

Jahr	m^2-Preis
2010	9
2013	10

$\sqrt[3]{\frac{10}{9}} = 1{,}0357$
d.h. der qm-Preis ist in den letzten drei Jahren um durchschnittlich 3,57% pro Jahr gestiegen.

Lösung zu Aufgabe 5.2:
X = Rentenhöhe (in Euro) einer Frau
Y = Rentenhöhe (in Euro) eines Mannes

von	Frauen	Männer	F_{Frauen}	$F_{\text{Männer}}$
unter 150 Euro	112	45	0,112	0,045
150 bis unter 300	187	44	0,299	0,089
300 bis unter 450	131	42	0,430	0,131
450 bis unter 600	162	52	0,592	0,183
600 bis unter 750	196	78	0,788	0,261
750 bis unter 900	112	113	0,900	0,374
900 bis unter 1 200	77	299	0,977	0,673
1 200 bis unter 1 500	20	226	0,997	0,899
1 500 Euro und mehr	3	101	1,000	1,000

$$x_{0,50} \approx 450 + 150 \cdot \frac{0{,}50 - 0{,}430}{0{,}162} = 514{,}82$$

$$y_{0,50} \approx 900 + 300 \cdot \frac{0{,}50 - 0{,}374}{0{,}299} = 1\,026{,}42$$

d.h. etwa 50% aller Rentnerinnen bezieht höchstens ca. 515 Euro monatliche Rente, während etwa 50% aller Rentner mindestens ca. 1 026 Euro monatliche Rente

beziehen.
Das Rentenniveau ist bei den Männern etwa doppelt so hoch.

Lösung zu Aufgabe 5.3:
X = Weg in Minuten zur Arbeit

$$\overline{x} \approx 10 \cdot 0{,}203 + 25 \cdot 0{,}609 + 39 \cdot 0{,}188 = 24{,}587$$

d.h. ein US-Bürger benötigt im Durchschnitt etwa 25 Minuten für seinen Weg zur Arbeit.

Lösung zu Aufgabe 5.4:
X = Gewinn (in GE) ohne Schneeversicherung in der nächsten Ski-Saison
Y = Gewinn (in GE) mit Schneeversicherung in der nächsten Ski-Saison

x_i	800 000	500 000	200 000	−200 000	−300 000
$P(X = x_i)$	0,15	0,25	0,40	0,12	0,08

$E[X] = 800\,000 \cdot 0{,}15 + 500\,000 \cdot 0{,}25 + 200\,000 \cdot 0{,}4 - 200\,000 \cdot 0{,}12 - 300\,000 \cdot 0{,}08 = 277\,000$

y_i	765 000	465 000	165 000	−35 000	−135 000
$P(Y = y_i)$	0,15	0,25	0,40	0,12	0,08

$E[Y] = 765\,000 \cdot 0{,}15 + 465\,000 \cdot 0{,}25 + 165\,000 \cdot 0{,}4 - 35\,000 \cdot 0{,}12 - 135\,000 \cdot 0{,}08 = 282\,000$

d.h. der erwartete Gewinn der nächsten Ski-Saison ist höher, wenn die Versicherung abgeschlossen wird.

Lösung zu Aufgabe 5.5:
X = Gewinn (in Euro) eines Loses

a)

x	100	20	3	0
$P(X = x)$	4/1001	40/1001	300/1001	657/1001

b) $E[X] = 2{,}0979$

c) Der Lospreis müsste höher als 2,10 Euro sein.

Lösung zu Aufgabe 5.6:
Geburtenrate $= \frac{\text{Anzahl Kinder}}{\text{Anzahl Frauen}}$

	Frauen	Kinder
Norden	20 Mio	$1{,}2 \cdot 20 = 24$ Mio
Süden	5 Mio	$1{,}5 \cdot 5 = 7{,}5$ Mio
Insgesamt	25 Mio	31,5 Mio

$\text{Geburtenrate} = \frac{31{,}5}{25} = 1{,}26$
d.h. im gesamten Land liegt die Geburtenrate bei 1,26 Kinder pro Frau.

Mit der Formel des harmonischen Mittels ergibt sich:

$$x_H = \frac{24 + 7{,}5}{\frac{1}{1{,}2} \cdot 24 + \frac{1}{1{,}5} \cdot 7{,}5} = 1{,}26$$

Lösung zu Aufgabe 5.7:
Für die sechs prozentualen Veränderungen wird die durchschnittliche jährliche prozentuale Veränderung mit Hilfe des geometrischen Mittels der Faktoren berechnet:

$$\sqrt[2012-2008]{1{,}004 \cdot 1{,}011 \cdot 1{,}021 \cdot 1{,}020} = \sqrt[4]{1{,}057087} = 1{,}013976$$
d.h. im Zeitraum 2008 bis 2012 beträgt die durchschnittliche jährliche Inflation 1,4%.