Fachhochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 39 14
jutta.arrenberg@fh-koeln.de

Übungen zur Vorlesung Wirtschaftsstatistik

Zufallsvariablen

Aufgabe 4.1
Ein Unternehmen fertigt einen Teil der Produktion in seinem Werk in München und den anderen Teil in seinem Werk in Köln. Auf Grund einer Initiative des Betriebsrats wird die Häufigkeit von Betriebsunfällen in den letzten Perioden untersucht, und es werden daraus Wahrscheinlichkeiten für die Anzahl der Betriebsunfälle pro Periode abgeleitet.
Es zeigt sich folgendes Ergebnis:

Anzahl der Betriebs-unälle pro Periode	Wahrscheinlichkeit für das Werk in	
	München	Köln
0	0,35	0,40
1	0,25	0,30
2	0,20	0,20
3	0,15	0,08
4	a	b

a) Bestimmen Sie die Werte für a und b in der obigen Tabelle.

b) Berechnen Sie sowohl für das Werk in München als auch für das Werk in Köln die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt mindestens eines Betriebsunfalls in der kommenden Periode.

c) Nehmen Sie an, dass die Anzahl der Betriebsunfälle in München und Köln stochastisch unabhängig sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der kommenden Periode in München und Köln zusammen mindestens zwei Betriebsunfälle auftreten werden?

Aufgabe 4.2
Von den beiden Zufallsvariablen X und Y ist die folgende gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(X = x \cap Y = y)$ gegeben:

Y	X		
	1	2	3
1	0,10	0,05	0,05
2	0,40	0,35	0,05

Sind die beiden Zufallsvariablen X und Y stochastisch unabhängig?

Aufgabe 4.3
Sind beim zweimaligen Würfeln die beiden Zufallsvariablen X = „Minimum der beiden Augenzahlen“ und Y = „Maximum der beiden Augenzahlen“ stochastisch unabhängig?

Lösung zu Aufgabe 4.1:
X= Anzahl der Unfälle in München
Y= Anzahl der Unfälle in Köln

a)

x	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	0,35	0,25	0,20	0,15	0,05

y	0	1	2	3	4
$P(Y=y)$	0,40	0,30	0,20	0,08	0,02

b) $P(X \geq 1) = 0{,}65$
$P(Y \geq 1) = 0{,}60$

c) $P(X+Y \geq 2) = 1 - P(X+Y < 2) = 1 - P(X+Y \leq 1)$

$$\begin{aligned} P(X+Y \leq 1) &= P(X+Y=0) + P(X+Y=1) \\ &= P(X=0, Y=0) + P(X=1, Y=0) + P(X=0, Y=1) \\ &= P(X=0) \cdot P(Y=0) + P(X=1) \cdot P(Y=0) + P(X=0) \cdot P(Y=1) \\ &= 0{,}35 \cdot 0,4 + 0{,}25 \cdot 0{,}4 + 0{,}35 \cdot 0{,}3 \\ &= 0{,}345 \end{aligned}$$

$P(X+Y \geq 2) = 1 - 0{,}345 = 0{,}655$
d.h. die Wahrscheinlichkeit beträgt 65,5%.

Lösung zu Aufgabe 4.2

Y	X			$\sum$
	1	2	3	
1	0,10	0,05	0,05	0,2
2	0,40	0,35	0,05	0,8
$\sum$	0,5	0,4	0,1	1

$P(X=2) \cdot P(Y=1) = 0{,}40 \cdot 0{,}20 = 0{,}08 \neq 0{,}05 = P(X=2 \cap Y=1)$
d.h. die beiden Zufallsvariablen X und Y sind stochastisch abhängig.

Lösung zu Aufgabe 4.3

$P(X=3 \cap Y=1) = 0 \neq \frac{7}{36} \cdot \frac{1}{36} = P(X=3) \cdot P(Y=1)$
d.h. X, Y sind stochastisch abhängig.