Technische Hochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 39 14
jutta.arrenberg@th-koeln.de

Übungen zur Vorlesung QM III

Gauß-Test

Aufgabe 14.1

Gehen Frauen heutzutage länger zur Schule als ihre Mütter? Um diese Frage zu beantworten, wurden 722 US-Amerikanerinnen befragt. Es ergaben sich folgende arithmetischen Mittel:

Schuldauer (in Jahren)	
Befragte	Mutter
13,04	10,53

Nehmen Sie an, dass die Differenz „Schuldauer der Tochter minus Schuldauer ihrer Mutter“ (gemessen in Jahren) normalverteilt ist mit der Standardabweichung $\sigma =$ 3,37 Jahre.

a) Prüfen Sie mit einem Test zum Niveau $\alpha = 0{,}05$, ob es signifikante Unterschiede in den mittleren Schuldauern von Töchtern und ihren Müttern gibt.

b) Falls Sie unter a) einen signifikanten Unterschied aufgedeckt haben, so prüfen Sie mit einem einseitigen Test zum Niveau $\alpha = 0{,}05$, welche der beiden Gruppen Töchter oder Mütter im Mittel länger zur Schule geht.

Lösung zu Aufgabe 14.1
Gauß-Test
X=Schuldauer Tochter minus Schuldauer Mutter (in Jahren)
$X \sim \mathsf{NV}(\mu; \sigma = 3{,}37)$
$n = 722$ und $\overline{x} = 13{,}04 - 10{,}53 = 2{,}51$

a) Zweiseitiger Gauß-Test
   H_0: Kein Unterschied zwischen den mittleren Schuldauern von Töchtern und ihren Müttern“; d.h. $E[X] = 0$
   H_1: Es gibt Unterschiede; d.h. $E[X] \neq 0$
   p-Wert Gauß-Test $= 2 \cdot F_U\left(-\left|\frac{2{,}51 - 0}{\frac{3{,}37}{\sqrt{722}}}\right|\right) = 2 \cdot F_U(-20{,}01301) \approx 2 \cdot 0 = 0 \leq 0{,}05 = \alpha$
   d.h. H_0 wird abgelehnt; d.h. es gibt signifikante Unterschiede in den mittleren Schuldauern von Töchtern und ihren Müttern.

b) Da in der Stichprobe die durchschnittliche Schuldauer von Töchtern höher ist als die durchschnittliche Schuldauer der Mütter, lautet das einseitige Testproblem:
   H_0: Nicht H_1; d.h. $E[X] \leq 0$
   H_1: Töchter gehen im Mittel länger zur Schule als ihre Mütter; d.h. $E[X] > 0$
   p-Wert einseitiger Gauß-Test $\approx 0{,}5 \cdot 0 = 0 \leq 0{,}05 = \alpha$
   d.h. H_0 wird abgelehnt; d.h. Töchter gehen signifikant länger zur Schule als ihre Mütter.