Fachhochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 39 14
jutta.arrenberg@fh-koeln.de

Übungen zur Vorlesung Wirtschaftsstatistik

Konfidenzintervalle

Aufgabe 11.1

New York Times, Monday, May 17, 2010: „Mistrust of the intentions of social sites appears to be pervasive. In its telephone survey of 1,000 people, the Berkeley Center of Law and Technology at the University of California found that 88 percent of the 18-to-24-year-olds it surveyed last July said there should be a law that requires Web sites to delete stored information. “

Berechnen Sie anhand der obigen Stichprobe ein 0,99-Konfidenzintervall für den Anteil der 18 bis 24-Jährigen in der Bevölkerung, die sich ein Gesetz wünschen, mit dem ein Web-Seiten-Betreiber wie facebook gezwungen werden kann, persönliche Daten eines Nutzers zu löschen.

Aufgabe 11.2

Bei den 2 217 Studierenden einer Fachhochschule soll auf Basis einer repräsentativen Zufallsstichprobe die im Mittel pro Woche aufgebrachte Vorlesungs-Nachbereitungszeit eines Studierenden geschätzt werden. Aus vergangenen Untersuchungen weiß man, dass die Standardabweichung der wöchentlichen Nachbereitungszeit eines Studierenden in der Grundgesamtheit mit $\sigma = 3$ Stunden bekannt ist, genauso die Tatsache, dass die Nachbereitungszeit (gemessen in Stunden pro Woche) eines Studierenden normalverteilt ist. Es wird eine Stichprobe vom Umfang 90 gezogen, die eine durchschnittliche wöchentliche Nachbereitungszeit von 22,6 Stunden pro Studierenden ergibt.

a) Bestimmen Sie für die unbekannte im Mittel pro Woche aufgebrachte Nachbereitungszeit μ aller Studierenden der Fachhochschule ein $0{,}95-$Konfidenzintervall.

b) Nehmen Sie zu Ihrem Ergebnis kurz, in Worten, Stellung: was bedeutet es inhaltlich?

Aufgabe 11.3

Eine Umfrage über die monatlichen Ausgaben (in Euro) für Auto und öffentliche Verkehrsmittel unter 100 Studierenden ergab folgende Daten:

51	55	60	63	64	64	64	64	69	69	69	70	70	70	70	70	71
71	72	72	73	73	73	74	74	74	74	74	75	75	76	76	76	77
77	77	77	77	78	78	78	78	78	78	78	79	79	80	80	80	80
80	81	81	82	82	82	82	82	84	85	86	86	86	87	87	87	87
88	88	88	88	89	89	89	90	90	90	90	90	90	91	91	91	91
92	92	93	94	94	95	95	95	97	97	98	98	101	102	103		

a) Geben Sie ein approximatives 0,98-Konfidenzintervall und seinen Wert für den mittleren Ausgaben (in Euro) an.

b) Geben Sie ein approximatives 0,94-Konfidenzintervall und seinen Wert für den Anteil der Studierenden in der Grundgesamtheit an, die monatlich mindestens 90 Euro für Auto und öffentliche Verkehrsmittel ausgeben.

Aufgabe 11.4
Gehen Sie ins Netz unter *web.neuestatistik.de/inhalte_web/content/start.html* Klicken Sie nacheinander auf

1. Medien Galerie
2. Schätzen
3. Applet „KI für MY (Sigma unbekannt)“

Es werden 200 Konfidenzintervalle berechnet. Diejenigen Konfidenzintervalle, die μ überdecken, sind farblich grün. Diejenigen Konfidenzintervalle, die μ nicht überdecken, sind farblich rot.
Beträgt das Konfidenzniveau 0,95, so kann davon ausgegangen werden, dass von 200 Konfidenzintervallen etwa 190 den Parameter μ überdecken.

Aufgabe 11.5
Gehen Sie ins Netz unter *web.neuestatistik.de/inhalte_web/content/start.html* Klicken Sie nacheinander auf

1. Medien Galerie
2. Schätzen
3. Applet „Breite des Konfidenzintervalls für My“

Es werden 50 Konfidenzintervalle berechnet. Diejenigen Konfidenzintervalle, die μ überdecken, sind farblich grün. Diejenigen Konfidenzintervalle, die μ nicht überdecken, sind farblich rot.
Variieren Sie die Werte für σ und beobachten Sie, wie sich dann die Breite $2 \cdot 1{,}96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ verändert.
Variieren Sie jetzt die Werte für n und beobachten Sie, wie sich dann die Breite $2 \cdot 1{,}96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ verändert.

Aufgabe 11.6
Gehen Sie ins Netz unter

web.neuestatistik.de/inhalte_web/content/start.html

Klicken Sie nacheinander auf

1. Medien Galerie
2. Schätzen
3. Applet „Animation Konfidenz-Schätzung“

Es wird das Prinzip der Konfidenzintervall-Schätzung erklärt.

Lösung zu Aufgabe 11.1
p= Anteil der 18 bis 24-Jährigen in der Bevölkerung, die sich ein Gesetz wünschen, mit dem ein Web-Seiten-Betreiber gezwungen werden kann, persönliche Daten eines Nutzers zu löschen
$\widehat{p} = \frac{880}{1\,000} = 0{,}88$

0,99-KI für $p =$
$0{,}88 \pm 2{,}5758 \cdot \sqrt{\frac{0{,}88 \cdot 0{,}12}{1\,000}} = [0{,}854; 0{,}906] \approx [85\%; 91\%]$
Da das berechnete Konfidenzintervall schmal ist, kann der Anteilswert von 88% in der Stichprobe als guter Schätzwert für den wahren Anteil in der Bevölkerung angesehen werden.

Lösung zu Aufgabe 11.2:

a) $X =$ tatsächliche wöchentliche Nachbereitungszeit (in Stunden) eines Studierenden
$X \sim \mathsf{N}(\mu; \sigma = 3)$
$n = 90$ Befragte mit $\overline{x} = 22{,}6$
Gesucht: Auskunft über die im Mittel pro Woche aufgebrachte Nachbereitungszeit μ (in Stunden) eines der 2217 Studierenden

0,95-KI für μ:
$[\overline{x} - 1{,}96 \cdot \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}; \overline{x} + 1{,}96 \cdot \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}] =$

$[22{,}6 - 1{,}96 \cdot \frac{3}{\sqrt{90}}; 22{,}6 + 1{,}96 \cdot \frac{3}{\sqrt{90}}] =$

$[22{,}6 - 0{,}6198; 22{,}6 + 0{,}6198] = [21{,}98; 23{,}22]$

b) Das Intervall [22 ; 23] ist ein geschätzter Bereich für das Intervall, in dem die im Mittel von einem Studierenden aufgebrachte wöchentliche Nachbereitungszeit μ mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,95 liegt.

Lösung zu Aufgabe 11.3:

a) X= Ausgaben eines Studierenden (in Euro)
$X \approx \mathsf{N}(\mu; \sigma)$ Zentraler Grenzwertsatz, da Faustregel $n \geq 30$ erfüllt ist
$\overline{x} = 81$
$s_x^2 = \frac{1}{100} [(51 - 81)^2 + (55 - 81)^2 + \ldots + (103 - 81)^2] = 108{,}86$
Oder $s_x^2 = \frac{666\,986}{100} - 81^2 = 108{,}86$
$s_x = \sqrt{108{,}86} \approx 10{,}4336$
Gesucht: Aussage über den Wert von μ
approximatives 0,98-KI für μ:
$[\overline{x} - 2{,}3263 \cdot \frac{s_x}{\sqrt{n}}; \overline{x} + 2{,}3263 \cdot \frac{s_x}{\sqrt{n}}] =$

$[81 - 2{,}3263 \cdot \frac{10{,}4336}{\sqrt{100}}; 81 + 2{,}3263 \cdot \frac{10{,}4336}{\sqrt{100}}] =$

$[81 - 2{,}427029; 81 + 2{,}427029] = [78{,}57; 83{,}43]$

Das Intervall $[79; 83]$ ist ein geschätzter Bereich für das Intervall, in dem die mittleren Ausgaben μ mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,98 liegen.

b) Intensiv-Konsument = Jemand, der mindestens 90 Euro pro Monat für Auto und öffentliche Verkehrsmittel ausgibt

$X_i = \begin{cases} 0\,; i\text{-tes Kind ist kein Vielseher} \\ 1\,; i\text{-tes Kind ist ein Vielseher} \end{cases}$

Gesucht: $P(X_i = 1) = p = ?$

$Y = X_1 + X_2 + \ldots + X_{100}$=Anzahl der Intensiv-Konsumenten

$Y \sim \mathsf{B}(n = 100; p)$

$\widehat{p} = \frac{25}{100} = 0{,}25$

Die Faustregel $n \geq 100$ ist erfüllt.

approximatives 0,94-Konfidenzintervall für p:

$[\widehat{p} - 1{,}8808 \cdot \sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}}; \widehat{p} + 1{,}8808 \cdot \sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}}] =$

$[0{,}25 - 1{,}8808 \cdot \sqrt{\frac{0{,}25 \cdot 0{,}75}{100}}; 0{,}25 + 1{,}8808 \cdot \sqrt{\frac{0{,}25 \cdot 0{,}75}{100}}] =$

$[0{,}25 - 0{,}0814; 0{,}25 + 0{,}0814] = [0{,}1686; 0{,}3314]$

d.h. die anhand der obigen Stichprobe berechnete Schätzung für den Bereich, in dem der wahre unbekannte Anteil p mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,94 liegt, ist das Intervall [17% ; 33%]

Fachhochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 39 14
jutta.arrenberg@fh-koeln.de

Übungen zur Vorlesung Statistik
Konfidenzintervalle
Arbeitsblatt

Aufgabe 1 (Klausur vom 11.07.2006)
Ein Marktforschungsinstitut soll Aufschluss darüber geben, wie viel Geld für Urlaubsreisen ausgegeben wird. Dazu möchte das Institut ein 0,95-Konfidenzintervall für die mittlere Höhe der Ausgaben für Urlaubsreisen berechnen. Bei einer Umfrage:„Wie viel Euro planen Sie für Ihre nächste Urlaubsreise auszugeben?“ erhielt das Institut 100 Antworten. Es ergaben sich folgende Daten $x_1, \ldots x_{100}$:

i	x_i	$(x_i - \overline{x})^2$
1	300	239 121
2	600	35 721
$\vdots$		
100	800	121
$\sum$	78 900	9 137 900

a) Berechnen Sie aus den Daten das gesuchte Konfidenzintervall.

b) Interpretieren Sie das berechnete Konfidenzintervall.

Aufgabe 2 (Klausur vom 30.03.2005)
Bei der letzten Bundestagswahl am 22.9.2004 hat die SPD 38,5% aller Stimmen erhalten. Für die nächste Bundestagswahl im Jahr 2006 soll eine Wahlprognose für den Anteil der SPD-Wähler erstellt werden. Dazu wird vorgeschlagen, ein 0,95-Konfidenzintervall zu berechnen.

b) Bei einer Umfrage unter 1 000 Wahlberechtigten gaben 34% an, für die SPD stimmen zu wollen. Berechnen Sie aus diesen Angaben das gewünschte Konfidenzintervall.

c) Interpretieren Sie das unter b) berechnete Intervall.

Aufgabe 3 (Klausur vom 11.02.2005)
Die Fakultät einer Hochschule möchte den Zeitaufwand (gemessen in Stunden pro Woche) für Nebenbeschäftigungen ihrer 2 221 Studierenden ermitteln.

b) Bei einer Umfrage von 150 Studierenden ergab sich ein durchschnittlicher Zeitaufwand von 12,5 Stunden pro Woche, und die Standardabweichung in der Stichprobe betrug zwei Stunden.
Berechnen Sie ein 0,95-Konfidenzintervall für den mittleren Zeitaufwand eines Studierenden.

Aufgabe 4 (Klausur vom 05.10.2004)
Die Marktforschungsabteilung eines großen Kaufhauskonzerns hat 150 zufällig aufgewählte Kundinnen des Hauses befragen lassen, wie viel Geld sie pro Monat durchschnittlich

für Kosmetika ausgeben.
Im Durchschnitt waren das bei den 150 Kundinnen 46,30 Euro pro Monat mit einer Streuung (gemessen durch die Standardabweichung) von 13,00 Euro.
Innerhalb welchen Bereichs vermuten Sie mit einer Sicherheit (Wahrscheinlichkeit) von annähernd 95% die mittleren monatlichen Ausgaben für Kosmetika aller Kundinnen des Kaufhauskonzerns?
(Hinweis: Zu einer vollständigen Lösung gehört in jedem Falle eine verbale Interpretation der Rechenergebnisse; d. h. ein vollständiger Antwortsatz mit Subjekt, Prädikat und Objekt!)

Aufgabe 5
New York Times, Monday, May 17, 2010: „Mistrust of the intentions of social sites appears to be pervasive. In its telephone survey of 1,000 people, the Berkeley Center of Law and Technology at the University of California found that 88 percent of the 18-to-24-year-olds it surveyed last July said there should be a law that requires Web sites to delete stored information. And 62 percent said they wanted a law that gave people the right to know everything a Web site knows about him.“

Berechnen Sie anhand der obigen Stichprobe ein 90%-Konfidenzintervall für den Anteil der 18 bis 24-Jährigen in der Bevölkerung, die sich ein Gesetz wünschen, mit dem ein Web-Seiten-Betreiber wie facebook gezwungen werden kann, Auskunft zu geben über gespeicherte persönliche Daten.