Fachhochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 39 14
jutta.arrenberg@fh-koeln.de

Übungen zur Vorlesung Finanzmathematik

Investitionsrechnung

Aufgabe 12.1

Beim Kauf eines Autos kann Sophie entweder GE 11 800 sofort bezahlen oder ein Finanzierungsmodell wählen, das eine sofortige Anzahlung in Höhe von GE 3 000 sowie 36 (jeweils am Monatsanfang zahlbare) Raten von GE 250 vorsieht.

a) Wofür soll Sophie sich entscheiden, wenn sie stets über genügend Geld verfügt und ihr Geld festzinslich zu einem Zins von 2% p.a. angelegt hat?

b) Wie soll sich Sophie entscheiden, wenn der Zins 1,56% p.a. beträgt?

Aufgabe 12.2

Eine Unternehmung steht vor der Entscheidung, eine Erweiterungsinvestition in Höhe von GE 60 Mio. durchzuführen oder zu unterlassen. Die Planung der Investitionseinnahmen und -ausgaben am Ende der kommenden drei Jahre führte zu folgenden Werten (in Mio GE):

Jahr	Einnahmen	Ausgaben
1	20	15
2	35	4
3	45	6

a) Ermitteln Sie den Kapitalwert der Investition bei einem Kalkulationszinsfuß von 9% bzw. 10%. Ist die Investition vorteilhaft?

b) Ermitteln Sie den Kapitalwert der Investition bei einem Kalkulationszinsfuß von 9,594% bzw. 9,595%. In welchem Intervall liegt der interne Zins?

Aufgabe 12.3

Ein Unternehmen schafft eine Maschine mit einem Kaufpreis von 200 000 Euro an. Nach fünf Jahren Laufzeit soll die Maschine ausgemustert werden und für 50 000 Euro verkauft werden. Wie hoch müssen bei einem Kalkulationszins von 1,2% fünf gleich hohe Periodenüberschüsse sein, damit sich die Anschaffung der Maschine lohnt?

Aufgabe 12.4

Am 20. Juni 2011 wurde das Kleid von Marilyn Monroe aus dem Film „Das verflixte siebte Jahr" in einem Auktionshaus in L.A. für 4,6 Mio. US Dollar versteigert. Das Kleid gehörte der US-amerikanischen Schauspielerin Debbie Reynolds.

Angenommen Ms. Reynolds hat das Kleid vor zwanzig Jahren für 500 000 US Dollar erworben. Wie hoch war dann ihre jährliche Rendite (interner Zins) nach Abzug von 15% als Vermittlungsgebühr für das Auktionshaus?

Zusammenfassung Investitionsrechnung

Methode	Projekt lohnt sich	Projekt A vorteilhafter als Projekt B
Kapital-wert-methode	Kapitalwert > 0	Kapitalwert von A $>$ Kapitalwert von B
interner Zinsfuß	interner Zinsfuß $>$ Kalkulationszinsfuß	interner Zinsfuß von A $>$ interner Zinsfuß von B

Lösung zu Aufgabe 12.1

a) Jährliche nachschüssige Ersatzrente r_J:
$r_J = 250(12 + 6{,}5 \cdot 0{,}02) = 3\,032{,}5$
Rentenbarwert:
$R_0 = 3\,032{,}5 \cdot \dfrac{1{,}02^3 - 1}{0{,}02} \cdot \dfrac{1}{1{,}02^3} = 8\,745{,}38$
Barwert des Finanzierungsmodells:
$R_0 + 3\,000 = 11\,745{,}38$
d.h. der Barwert des Finanzierungsmodells beträgt 11 745,38 GE, d.h. keine Barzahlung

b) Jährliche nachschüssige Ersatzrente r_J:
$r_J = 250(12 + 6{,}5 \cdot 0{,}0156) = 3\,025{,}35$
Rentenbarwert:
$R_0 = 3\,025{,}35 \cdot \dfrac{1{,}0156^3 - 1}{0{,}0156} \cdot \dfrac{1}{1{,}0156^3} = 8\,800{,}07$
Barwert des Finanzierungsmodells:
$R_0 + 3\,000 = 11\,800{,}07$
d.h. der Barwert des Finanzierungsmodells beträgt 11 800,07 GE, d.h. jetzt sind Barzahlung und Finanzierungsmodell gleich gut. Insbesondere ist das Finanzierungsmodell vorteilhafter, wenn der Kalkulationszins über 1,56% liegt.

Lösung zu Aufgabe 12.2
Kapitalwert $= \dfrac{5}{q} + \dfrac{31}{q^2} + \dfrac{39}{q^3} - 60$

a) Für $p = 9\%$ beträgt der Kapitalwert 0,79 Mio., d. h. Investition vorteilhaft
Für $p = 10\%$ beträgt der Kapitalwert $-0{,}53$ Mio., d. h. Investition lohnt sich nicht

b) Für $p = 9{,}594$ beträgt der Kapitalwert 0,000 43 Mio.; d.h. die Investition lohnt.
Für $p = 9{,}595$ beträgt der Kapitalwert $-0{,}000\,89$ Mio.; d.h. die Investition lohnt nicht.
Insb. liegt der interne Zins bei etwa 9,59% (genauer 9,594 327 5%)

Lösung zu Aufgabe 12.3
$$0 = A \cdot \frac{1{,}012^5 - 1}{0{,}012} \cdot \frac{1}{1{,}012^5} - \left(200\,000 - \frac{50\,000}{1{,}012^5}\right)$$

$0 = A \cdot 4{,}824922 - 152\,894{,}95$

$A = 31\,688{,}59$
d.h. die fünf Periodenüberschüsse müssen mindestens 31 688,60 Euro betragen, damit sich die Investition lohnt.

Lösung zu Aufgabe 12.4
$4{,}6 \cdot 0{,}85 = 3{,}91$

$0 = \frac{3{,}91}{q^{20}} - 0{,}5 \Leftrightarrow q = \sqrt[20]{\frac{3{,}91}{0{,}5}} = 1{,}108308$
d.h. der interne Zins beträgt 10,8%.