Fachhochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 39 14
jutta.arrenberg@fh-koeln.de

Übungen zur Vorlesung Finanzmathematik

Lineare Verzinsung

Aufgabe 1.1
Auf welches Kapital ist ein Guthaben von 10 000 GE bei 4% einfachen Jahreszinsen nach einer Laufzeit von

a) acht Jahren

b) einem halben Jahr

c) 72 Tagen

d) drei Jahren und 241 Tagen angewachsen?

Aufgabe 1.2
Ein Kapital von 20 000 GE ist nach Ablauf von zwölf Jahren bei linearer Verzinsung auf 30 080 GE angewachsen. Wie hoch war der Jahreszins?

Aufgabe 1.3
Nach Ablauf von

a) zehn Jahren

b) vier Jahren, sieben Monaten und zwanzig Tagen

c) 87 Tagen

steht Ihnen ein Vermögen von 10 000 GE zu. Welchen Barwert hat diese zukünftige Zahlung heute bei 1,2% einfachen Jahreszinsen?

Aufgabe 1.4
Eine Bank gewährt 0,6% einfache Vierteljahreszinsen. Ein Kapital von 20 000 GE soll für $3\frac{3}{4}$ Jahre angelegt werden. Auf welchen Betrag ist das Kapital dann angewachsen?

Aufgabe 1.5
Ein Kapital von 50 000 GE wurde für eine bestimmte Zeit zu 2,5% einfachen Jahreszinsen angelegt. Nach Beendigung der Laufzeit ist das Kapital auf 65 125 GE angewachsen. Wie groß war die Laufzeit?

Lösung von Aufgabe 1.1

a) $K_8 = 13\,200$

b) $K_{0,5} = 10\,200$

c) $K_{\frac{72}{360}} = 10\,080$

d) $K_{3\frac{241}{360}} = 11\,467{,}78$

Lösung von Aufgabe 1.2
$p = 4{,}2\%$

Lösung von Aufgabe 1.3

a) $K_0 = 8\,928{,}57$

b) $K_0 = 9\,472{,}69$

c) $K_0 = 9\,971{,}08$

Lösung von Aufgabe 1.4
Jahreszins $= 4 \cdot 0{,}6\% = 2{,}4\%$
$K_{3,75} = 20\,000 \cdot (1 + 3{,}75 \cdot 0{,}024) = 21\,800$

Lösung von Aufgabe 1.5
$n = 12{,}1 = 12 + \dfrac{0{,}1 \cdot 360}{360} = 12 + \dfrac{36}{360}$; d.h. nach zwölf Jahren und 36 Tagen

Fachhochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 39 14
jutta.arrenberg@fh-koeln.de

Vorlesung Finanzmathematik

Arbeitsblatt

Aufgabe (abgewandelte Klausuraufgabe 6 vom 28.01.2008)
Ein Schuldner hat bei einfacher Verzinsung mit 5% Jahreszinsen folgende Zahlungsverpflichtungen:

- 2 000 € am 31.10.2016
- 3 000 € am 31.12.2018
- 4 000 € am 30.04.2020

Statt diesen Zahlungsverpflichtungen möchte der Schuldner

a) seine Schuld mit einer einmaligen Zahlung am 31.12.2018 zurückzahlen. Wie hoch ist der einmalige Rückzahlungsbetrag? Bewertungsstichtag ist der 31.12.2018. *Lösung: 8 966,67 €*

b) 1 000 € am 31.12.2018 zurückzahlen und nach vier Jahren die verbleibende Restschuld. Wie hoch ist der Rückzahlungsbetrag nach vier Jahren? Bewertungsstichtag ist der 31.12.2018. *Lösung: 9 560 €*

c) die gesamte Schuld in drei gleich großen Beträgen am 31.12.2019, am 30.06.2021 und am 31.03.2022 zurückzahlen. Wie hoch werden diese Rückzahlungsbeträge sein? Bewertungsstichtag ist der 31.12.2018. *Lösung: 3 319,15 €*

d) die gesamte Schuld in drei gleich großen Beträgen am 31.12.2019, am 30.06.2021 und am 31.03.2022 zurückzahlen. Wie hoch werden diese Rückzahlungsbeträge sein? Bewertungsstichtag ist der 31.10.2016. *Lösung: 3 295,82 €*

Lösung:

a) $2\,000 \cdot \left(1 + 2\frac{2}{12} \cdot 0{,}05\right) + 3\,000 + \dfrac{4\,000}{1 + 1\frac{4}{12} \cdot 0{,}05} = 2\,216{,}67 + 3\,000 + 3\,750 = 8\,966{,}67$

d.h. die Rückzahlung beträgt 8 966,67 €.

b) $8\,966{,}67 - 1\,000 = 7\,966{,}67$
$7\,966{,}67 \cdot (1 + 4 \cdot 0{,}05) = 9\,560{,}004$

d.h. die Rückzahlung nach vier Jahren beträgt 9 560 €.

c) Schulden = Rückzahlungen

$$\begin{aligned}
8\,966{,}67 &= \frac{x}{1+0{,}05} + \frac{x}{1+2{,}5\cdot 0{,}05} + \frac{x}{1+3{,}25\cdot 0{,}05}\\
8\,966{,}67 &= 0{,}9525x + 0{,}8889x + 0{,}8602x\\
8\,966{,}67 &= 2{,}7015x\\
x &= 3\,319{,}15
\end{aligned}$$

d.h. die drei einheitlichen Rückzahlungen betragen jeweils 3 319,15 €.

d) $2\,000 + \dfrac{3\,000}{1 + 2\frac{2}{12} \cdot 0{,}05} + \dfrac{4\,000}{1 + 3\frac{6}{12} \cdot 0{,}05} = 2\,000 + 2\,706{,}767 + 3\,404{,}255 = 8\,111{,}02$

d.h. der Wert der Schulden am 31.10.2016 beträgt 8 111,02 €.

Schulden = Rückzahlungen

$$\begin{aligned}
8\,111{,}02 &= \frac{x}{1+3\frac{2}{12}\cdot 0{,}05} + \frac{x}{1+4\frac{8}{12}\cdot 0{,}05} + \frac{x}{1+5\frac{5}{12}\cdot 0{,}05}\\
8\,111{,}02 &= 0{,}8633x + 0{,}8108x + 0{,}7869x\\
8\,111{,}02 &= 2{,}4610x\\
x &= 3\,295{,}82
\end{aligned}$$

d.h. die drei einheitlichen Rückzahlungen betragen jeweils 3 295,82 €.