Technische Hochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 39 14
jutta.arrenberg@th-koeln.de

Übungen zur Vorlesung QM III

Chi-Quadrat-Unabängigkeitstest

Aufgabe 16.1
Werden Frauen bei der Zulassung zu einem Studium bevorzugt? Um diese Frage zu beantworten, wurden an der University of California in Berkeley (USA) 1 518 Bewerber (w,m) auf die beiden Studiengänge A und B befragt. Es ergaben sich folgende Daten:

Studiengang A

	Bewerber		$\sum$
	nicht zugelassen	zugelassen	
weiblich	21	87	
männlich	313	512	
$\sum$			

Studiengang B

	Bewerber		$\sum$
	nicht zugelassen	zugelassen	
weiblich	8	17	
männlich	207	353	
$\sum$			

Prüfen Sie mit dem Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest die Hypothese, dass Zulassung (ja/nein) und Geschlecht (w/m) stochastisch unabhängig voneinander sind. Ziehen Sie zum Testen die Stichprobe

a) nur für den Studiengang A heran, also $n = 933$.

b) nur für den Studiengang B heran, also $n = 585$.

c) beide Studiengänge A,B heran, also $n = 1\,518$.

Lösung zu Aufgabe 16.1
H_0: „Zulassung und Geschlecht sind stochastisch unabhängig“ gegen H_1: „nicht H_0“

a) Studiengang A
Erwartete Häufigkeiten unter H_0:

Studiengang A

	Bewerber		$\sum$
	nicht zugelassen	zugelassen	
weiblich	$\frac{108 \cdot 334}{933} = 38{,}7$	$\frac{108 \cdot 599}{933} = 69{,}3$	108
männlich	$\frac{825 \cdot 334}{933} = 295{,}3$	$\frac{825 \cdot 599}{933} = 529{,}7$	825
	334	599	933

D.h. die minimale erwartete Häufigkeit beträgt 38,7 und ist somit größer gleich eins. Ferner hat keine der vier Zellen eine erwartete Häufigkeit von höchstens fünf. Der Freiheitsgrad beträgt eins. Somit ist die Faustregel erfüllt und der p-Wert muss gemäß der Kontinuitätskorrektur nach Yates bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
\chi^2_{emp.} &= \frac{(|21-38{,}7|-0{,}5)^2}{38{,}7} + \frac{(|87-69{,}3|-0{,}5)^2}{69{,}3} + \frac{(|313-295{,}3|-0{,}5)^2}{295{,}3} \\
&\quad + \frac{(|512-529{,}7|-0{,}5)^2}{529{,}7} \\
&= \frac{295{,}84}{38{,}7} + \frac{295{,}84}{69{,}3} + \frac{295{,}84}{295{,}3} + \frac{295{,}84}{529{,}7} \\
&= 7{,}6\overline{4} + 4{,}2689755 + 1{,}0018286 + 0{,}5585048 \\
&= 13{,}47375
\end{aligned}$$

Der obere 5%-Punkt der Chi-Quadrat-Verteilung mit einem Freiheitsgrad beträgt gemäß der Formelsammlung 3,841. Da $13{,}47375 \geq 3{,}841$ gilt, wird H_0 abgelehnt; d.h. die Zulassung hängt ab vom Geschlecht.

b) Studiengang B
Erwartete Häufigkeiten unter H_0:

Studiengang B

	Bewerber		$\sum$
	nicht zugelassen	zugelassen	
weiblich	$\frac{25 \cdot 215}{585} = 9{,}2$	$\frac{25 \cdot 370}{585} = 15{,}8$	25
männlich	$\frac{560 \cdot 215}{585} = 205{,}8$	$\frac{560 \cdot 370}{585} = 354{,}2$	560
	215	370	585

D.h. die minimale erwartete Häufigkeit beträgt 9,2 und ist somit größer gleich eins. Ferner hat keine der vier Zellen eine erwartete Häufigkeit von höchstens fünf. Der Freiheitsgrad beträgt eins. Somit ist die Faustregel erfüllt und der p-

Wert muss gemäß der Kontinuitätskorrektur nach Yates bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
\chi^2_{emp.} &= \frac{(|8-9{,}2|-0{,}5)^2}{9{,}2} + \frac{(|17-15{,}8|-0{,}5)^2}{15{,}8} + \frac{(|207-205{,}8|-0{,}5)^2}{205{,}8} \\
&\quad + \frac{(|353-354{,}2|-0{,}5)^2}{354{,}2} \\
&= \frac{0{,}49}{9{,}2} + \frac{0{,}49}{15{,}8} + \frac{0{,}49}{205{,}8} + \frac{0{,}49}{354{,}2} \\
&= 0{,}053260870 + 0{,}031012658 + 0{,}002380952 + 0{,}0013883399 \\
&= 0{,}08803788
\end{aligned}$$

Der obere 5%-Punkt der Chi-Quadrat-Verteilung mit einem Freiheitsgrad beträgt gemäß der Formelsammlung 3,841. Da $0{,}08803788 < 3{,}841$ gilt, wird H_0 nicht abgelehnt; d.h. die Zulassung hängt nicht vom Geschlecht ab.

c) Studiengänge A,B zusammen

Beobachtete Häufigkeiten:

Studiengänge A,B

	Bewerber nicht zugelassen	Bewerber zugelassen	$\sum$
weiblich	29	104	133
männlich	520	865	1 385
	549	969	1 518

Erwartete Häufigkeiten unter H_0:

Studiengänge A,B

	Bewerber nicht zugelassen	Bewerber zugelassen	$\sum$
weiblich	$\frac{133 \cdot 549}{1\,518} = 48{,}1$	$\frac{133 \cdot 969}{1\,518} = 84{,}9$	133
männlich	$\frac{1\,385 \cdot 549}{1\,518} = 500{,}9$	$\frac{1\,385 \cdot 969}{1\,518} = 884{,}1$	1 385
	549	969	1 518

D.h. die minimale erwartete Häufigkeit beträgt 48,1 und ist somit größer gleich eins. Ferner hat keine der vier Zellen eine erwartete Häufigkeit von höchstens fünf. Der Freiheitsgrad beträgt eins. Somit ist die Faustregel erfüllt und der p-Wert muss gemäß der Kontinuitätskorrektur nach Yates bestimmt werden:

$$
\begin{aligned}
\chi^2_{emp.} &= \frac{(|29-48{,}1|-0{,}5)^2}{48{,}1} + \frac{(|104-84{,}9|-0{,}5)^2}{84{,}9} + \frac{(|520-500{,}9|-0{,}5)^2}{500{,}9} \\
&\quad + \frac{(|865-884{,}1|-0{,}5)^2}{884{,}1} \\
&= \frac{345{,}96}{48{,}1} + \frac{345{,}96}{84{,}9} + \frac{345{,}96}{500{,}9} + \frac{345{,}96}{884{,}1} \\
&= 7{,}1925156 + 4{,}0749117 + 0{,}6906768 + 0{,}3913132 \\
&= 12{,}34942
\end{aligned}
$$

Der obere 5%-Punkt der Chi-Quadrat-Verteilung mit einem Freiheitsgrad beträgt gemäß der Formelsammlung 3,841. Da $12{,}34942 \geq 3{,}841$ gilt, wird H_0 abgelehnt; d.h. die Zulassung hängt vom Geschlecht ab.

Die Frage, welche der beiden Testentscheidungen in der Realität zutrifft, hängt davon ab, welche Stichproben als repräsentativ angesehen werden können. Da wir nichts über das Zustande kommen der Stichproben wissen, können wir auch nicht beurteilen, ob eine der drei Stichproben als repräsentativ angesehen werden kann.

Um zu entscheiden, welches Geschlecht aufgrund der Stichproben unter a) und unter c) bevorzugt wird, könnte das Assoziationsmaß γ (kennen wir jedoch nicht!) herangezogen werden:

$$\gamma = \frac{21 \cdot 512 - 87 \cdot 313}{21 \cdot 512 + 87 \cdot 313} = -0{,}434$$

; d.h. in der Stichprobe unter a) gibt es eine schwache Tendenz dafür, dass Frauen bevorzugt zugelassen werden.

$$\gamma = \frac{29 \cdot 865 - 104 \cdot 520}{29 \cdot 865 + 104 \cdot 520} = -0{,}366$$

; d.h. in der Stichprobe unter c) gibt es eine schwache Tendenz dafür, dass Frauen bevorzugt zugelassen werden.

Bei Universität Münster lässt sich kostenlos die Statistik- und Mathe-Software R herunterladen:

https://cran.uni-muenster.de/

Um mit der Software R den Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest (englisch: Pearson's Chi-Squared Test) durchzuführen, lauten die R-Befehle wie folgt:

```
m=c(29,520,104,865)
m=matrix(m,2,2)
chisq.test(m)
```

Die Ausgabe von R lautet wie folgt:

X-squared = 12.35

df=1

p-value = 0.0004409

Technische Hochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 39 14
jutta.arrenberg@th-koeln.de

Vorlesung QM III
Arbeitsblatt: χ^2-Unabhängigkeitstest

Beispiel:
Prüfen Sie mit einem Test zum Niveau 0,05, ob Stress-Level und Pendeldauer stochastisch unabhängig sind?

X = Stress-Level (hoch, mittel, niedrig) ordinal skaliert

Y=Pendeldauer (weniger als 15 Min pro Tag, zwischen 15 und 45 Min pro Tag, mehr als 45 Min pro Tag) ordinal skaliert

H_0: Stress-Level und Pendeldauer sind stochastisch unabhängig; d.h. X, Y stochastisch unabhängig

Stichprobe: $n = 123$

Pendel-	Stress-Level			
dauer	hoch	mittel	niedrig	
< 15 Min	10	6	19	
15 bis 45 Min	15	9	29	
> 45 Min	20	7	8	

Lösung:
$df = 2 \cdot 2 = 4$
oberer 5%-Punkt der χ^2-Verteilung mit acht Freiheitsgraden = 9,488

Pendel-dauer	Stress-Level hoch	mittel	niedrig	
< 15 Min	10	6	19	35
	12,8	6,3	15,9	
15 bis 45 Min	15	9	29	53
	19,4	9,5	24,1	
> 45 Min	20	7	8	35
	12,8	6,3	15,9	
	45	22	56	123

Faustregel:

1. Keine Zelle hat eine erwartete Häufigkeit kleiner als fünf.
2. Die minimale erwartete Häufigkleit beträgt $6{,}3 \geq 1$.

d.h. die Faustregel ist erfüllt.

$$\chi^2_{\text{emp.}} = \frac{(10-12{,}8)^2}{12{,}8} + \ldots + \frac{(8-15{,}9)^2}{15{,}9} = \frac{7{,}84}{12{,}8} + \ldots + \frac{62{,}41}{15{,}9} = 11{,}30464 \geq 9{,}488$$

d.h. Ablehnung von H_0
d.h. Stress-Level und Pendeldauer sind nicht stochastisch unabhängig;
d.h. das Stress-Level hängt ab von der Pendeldauer.

Technische Hochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 39 14
jutta.arrenberg@th-koeln.de

Vorlesung QM III

Arbeitsblatt: χ^2-Unabhängigkeitstest

Beispiel:
Prüfen Sie mit einem Test zum Niveau 0,05, ob es bei Fahrradunfällen einen Zusammenhang zwischen einer Kopfverletzung und das Tragen eines Helms besteht.

Bambach et al. (2013) haben Fahrradunfälle in Australien untersucht:

Helm getragen	verletzt Kopf	verletzt Sonstiges	
ja	372	4 715	
nein	267	1 391	

Lösung:

X = Kopfverletzung (ja, nein)

Y = Helm getragen (ja, nein)

Helm getragen	verletzt Kopf	Sonstiges	
ja	372	4 715	5 087
	481,9	4 605,1	
nein	267	1 391	1 658
	157,1	1 500,9	
	639	6 106	6 745

$df = 1$

oberer 5%-Punkt der χ^2-Verteilung mit einem Freiheitsgrad = 3,841

$$\begin{aligned}
\chi^2_{emp.} &= \frac{(|372 - 481{,}9| - 0{,}5)^2}{481{,}9} + \frac{(|4\,715 - 4\,605{,}1| - 0{,}5)^2}{4\,605{,}1} \\
&+ \frac{(|267 - 157{,}1| - 0{,}5)^2}{157{,}1} + \frac{(|1\,391 - 1\,500{,}9| - 0{,}5)^2}{1\,509{,}9} \\
&= \frac{11\,968{,}36}{481{,}9} + \frac{11\,968{,}36}{4\,605{,}1} + \frac{11\,968{,}36}{157{,}1} + \frac{11\,968{,}36}{1\,509{,}9} \\
&= 24{,}83578 + 2{,}598936 + 76{,}18307 + 7{,}974122 \\
&= 111{,}6 \geq 3{,}841
\end{aligned}$$

d.h. Ablehnung von H_0; d.h. ob bei einem Fahrradunfall die Verletzung auch den Kopf betrifft, hängt davon ab, ob ein Helm getragen wurde.

Technische Hochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 39 14
jutta.arrenberg@th-koeln.de

Vorlesung QM III
Arbeitsblatt: Statistische Tests

Beispiel 1:
Hängt die Jobzufriedenheit ab von der Einkommenshöhe?
X = Jobzufriedenheit (1 = sehr unzufrieden, 2 = unzufrieden, 3 = teils/teils, 4 = zufrieden, 5 = sehr zufrieden)
Y = Einkommensklasse (1 = unter US \$ 25.000, 2 = 25 bis unter 50.000, 3 = 50 bis unter 75.000, 4 = 75 bis unter 125.000, 5 = 125.000 oder mehr)
Test zum Niveau 0,05
Stichprobe:

Einkommens-klasse	Jobzufriedenheit 1	2	3	4	5	Summe
1	413	303	242	219	153	
2	365	413	440	348	227	
3	119	173	182	168	177	
4	53	100	143	189	183	
5	17	52	85	90	146	
Summe						

Beispiel 2:
Die Automobile Association of America (AAA) möchte wissen, ob es einen signifikanten Unterschied gibt zwischen dem von AAA-Mitgliedern angegebenen Verbrauch und dem staatlich angegebenen Verbrauch.

a) Formulieren Sie das Testproblem mit der normalverteilten Variablen X=„AAA-Verbrauch minus staatlichen Verbrauch“ (in Meilen pro Gallone).

b) $\sigma_x = 2{,}893575$. Führen Sie einen Test zum Niveau $\alpha = 0{,}05$ durch anhand der nachfolgenden Stichprobe:

	Meilen pro Gallone	
Typ	AAA-Mitglieder	Staat
Ford	14,3	16,8
Chevrolet	15,0	17,8
Honda	27,8	26,2
Honda	27,9	33,2
Honda	48,8	47,6
Ford	16,8	18,3
Toyota	23,7	28,5
Toyota	32,8	33,1
Toyota	37,3	44,0

c) Interpretieren Sie den p-Wert.

d) Wie lautet der Fehler 1. Art?

Beispiel 3:
Internetnutzer beachten eine website nicht, die länger als sieben Sekunden zum Hochladen benötigt. Beträgt die Downloadzeit einer website länger als sieben Sekunden? Nehmen Sie an, dass die Variable X=„Downloadzeit (in Sek.)“ normalverteilt ist mit der Standardabweichung von fünf Sekunden.
Überprüfen Sie anhand der nachfolgenden Stichprobe mit einem Test zum Niveau $\alpha = 0{,}05$ die Frage.
Stichprobe: $n = 1\,000$, arithmetisches Mittel=7,4 Sekunden

Beispiel 4:
Werden als Haustiere in den USA Hunde oder Katzen bevorzugt? Damit wir die Fragestellung mit einem unserer Tests beantworten können, formulieren wir die Frage wie folgt um: Hat ein Einwohner in seinem Leben im Mittel genauso viele Hunde wie Katzen? Überprüfen Sie anhand der nachfolgenden Stichprobe mit einem Test zum Niveau $\alpha = 0{,}05$ die Frage.
Stichprobe: Die 5 000 befragten Personen in den USA besaßen insgesamt 2 458 Katzen und 1 948 Hunde. In der Stichprobe beträgt die Standardabweichung der Variablen X= „Anzahl Hunde eines Einwohners minus Anzahl seiner Katzen“ 1,15597 Tiere.

Lösung zu Beispiel 1:

χ^2-Unabhängigkeitstest

H_0: Jobzufriedenheit und Einkommensklasse sind stochastisch unabhängig

Stichprobe: $n = 5\,000$

Einkommens-klasse	Jobzufriedenheit 1	2	3	4	5	Summe
1	413 257,2	303 276,9	242 290,5	219 269,7	153 235,7	1 330
2	365 346,8	413 373,3	440 391,6	348 363,6	227 317,7	1 793
3	119 158,4	173 170,5	182 178,9	168 166,1	177 145,1	819
4	53 129,2	100 139,1	143 145,9	189 135,5	183 118,4	668
5	17 75,4	52 81,2	85 85,2	90 79,1	146 69,1	390
Summe	967	1 041	1 092	1 014	886	5 000

$df = (5-1)\cdot(5-1) = 4\cdot 4 = 16$ und oberer 5 %-Punkt = 26,296

$\chi^2_{emp.} = \dfrac{(413-257{,}2)^2}{257{,}2} + \ldots + \dfrac{(146-69{,}1)^2}{69{,}1} = \dfrac{24\,273{,}64}{257{,}2} + \ldots + \dfrac{5\,913{,}61}{69{,}1} = 453{,}3 \geq 26{,}296$

d.h. Ablehnung von H_0; d.h. Jobzufriedenheit und Einkommensklasse sind nicht stochastisch unabhängig; d.h. Jobzufriedenheit und Einkommensklasse hängen voneinander ab; d.h. die Jobzufriedenheit hängt ab vom Einkommen.

Ist in der Klausur nicht explizt nach dem Wert von $\chi^2_{emp.}$ gefragt, so müssen nicht alle sechzehn Summanden der Summe $\chi^2_{emp.}$ ausgerechnet werden, da schon der erste Summand größer ist als der obere 5 %-Punkt: $\dfrac{(413-257{,}2)^2}{257{,}2} = 94{,}37652 > 26{,}296.$

Lösung zu Beispiel 2:

X = „AAA-Verbrauch minus staatlichen Verbrauch“ (in Meilen pro Gallone)

$X \sim \mathsf{N}(\mu; \sigma)$

a) H_0: „Im Mittel stimmen die Anzahl der zurückgelegten Meilen pro Gallone Kraftstoff bei beiden Mess-Stellen AAA und Staat überein“

   H_1: „Die gemessene mittlere Meilenanzahl von AAA und die mittlere Meilenanzahl vom Staat sind unterschiedlich groß“

   d.h. mathematisch ausgedrückt: $H_0 : E[X] = 0$ gegen $H_1 : E[X] \neq 0$

   d.h. insb. $\mu_0 = 0$

b) Gauß-Test

Stichprobe: $n = 9$

Typ	Meilen pro Gallone AAA-Mitglieder	Staat	Differenz
Ford	14,3	16,8	$14{,}3 - 16{,}8 = -2{,}5$
Chevrolet	15,0	17,8	$-2{,}8$
Honda	27,8	26,2	$+1{,}6$
Honda	27,9	33,2	$-5{,}3$
Honda	48,8	47,6	$+1{,}2$
Ford	16,8	18,3	$-1{,}5$
Toyota	23,7	28,5	$-4{,}8$
Toyota	32,8	33,1	$-0{,}3$
Toyota	37,3	44,0	$-6{,}7$
Summe	244,4	265,5	$-21{,}1$

$\overline{x} = \dfrac{-21{,}1}{9} = -2{,}3\overline{4}$

$p\text{-Wert } = 2 \cdot F_U\left(-\left|\dfrac{-2{,}3\overline{4} - 0}{\frac{2{,}893575}{\sqrt{9}}}\right|\right) = 2 \cdot F_U(-2{,}4307) = 2 \cdot 0{,}008 = 0{,}016 \leq 0{,}05$

d.h. Ablehnung von H_0

c) Es gibt signifikante Unterschiede in der gemessenen mittleren Meilenanzahl für die Reichweite mit einer Gallone Kraftstoff der beiden Messstellen AAA und Staat.

d) Der Test behauptet fälschlicherweise, die beiden gemessenen mittleren Meilenanzahlen für die Reichweite mit einer Gallone Kraftstoff der beiden Messstellen AAA und Staat würden sich unterscheiden.

einseitiger Gauß-Test:

$\overline{x} = -2{,}3\overline{4} < 0 = \mu_0$

H_0: „Die gemessene mittlere Meilenanzahl von AAA ist nicht kleiner als die gemessene mittlere Meilenanzahl vom Staat “

H_1: „Die gemessene mittlere Meilenanzahl von AAA ist kleiner als die gemessene mittlere Meilenanzahl vom Staat“

d.h. mathematisch ausgedrückt: $H_0 : E[X] \geq 0$ gegen $H_1 : E[X] < 0$

p-Wert $= F_U(-2{,}4307) = 0{,}008 \leq 0{,}05$; d.h. Ablehnung von H_0; d.h. die gemessene mittlere Meilenanzahl von AAA ist signifikant kleiner als die gemessene mittlere Meilenanzahl vom Staat.

Lösung zu Beispiel 3:

$X =$ „Zeit (in Sekunden) für den Download einer website“

$X \sim \mathsf{N}(\mu; \sigma = 5)$
Gauß-Test zum Niveau 0,05
H_0: „Die Downloadzeit zum Hochladen einer website beträgt im Mittel sieben Sekunden.“ d.h. $H_0 : E[X] = 7$
H_1: „Die Downloadzeit zum Hochladen einer website beträgt im Mittel nicht sieben Sekunden.“ d.h. $H_0 : E[X] \neq 7$
Stichprobe: $n = 1\,000$

$$p\text{-Wert } = 2 \cdot F_U\left(-\left|\frac{7{,}4 - 7}{\frac{5}{\sqrt{1\,000}}}\right|\right) = 2 \cdot F_U(-2{,}5298) = 2 \cdot 0{,}006 = 0{,}012 \leq 0{,}05$$

d.h. Ablehnung von H_0; d.h. die mittlere Downloadzeit weicht signifikant von sieben Sekunden ab.
einseitiger Gauß-Test zum Niveau 0,05
$\overline{x} = 7{,}4 > 7 = \mu_0$
H_0: „Die mittlere Downloadzeit ist nicht länger als sieben Sekunden.“
H_1: „Die mittlere Downloadzeit beträgt mehr als sieben Sekunden.“
d.h. mathematisch ausgedrückt: $H_0 : E[X] \leq 7$ gegen $H_1 : E[X] > 7$
p-Wert $= F_U(-2{,}5298) = 0{,}006 \leq 0{,}05$; d.h. Ablehnung von H_0; d.h. die mittlere Downloadzeit ist signifikant länger als sieben Sekunden.

Lösung zu Beispiel 4:
t-Test zum Niveau 0,05
X=„Anzahl Hunde eines Einwohners minus Anzahl seiner Katzen“
H_0:„Die Anzahl von Hunden und die Anzahl seiner Katzen eines Einwohners sind im Mittel gleich groß.“ d.h. $H_0 : E[X] = 0$
H_1:„Die Anzahl von Hunden und die Anzahl seiner Katzen eines Einwohners sind im Mittel nicht gleich groß.“ d.h. $H_0 : E[X] \neq 0$
Stichprobe: $n = 5\,000$ d.h. die Faustregel $n = 5\,000 \geq 30$ ist erfüllt.

$$p\text{-Wert } \approx 2 \cdot F_U\left(-\left|\frac{-0{,}1020 - 0}{\frac{1{,}15597}{\sqrt{5\,000}}}\right|\right) = 2 \cdot F_U(-6{,}2) \approx 2 \cdot 0 = 0 \leq 0{,}05$$

d.h. Ablehnung von H_0; d.h. die Anzahl der Hunde und die Anzahl Katzen eines Einwohners sind im Mittel signifikant unterschiedlich.
einseitiger Gauß-Test zum Niveau 0,05
$\overline{x} = \frac{2\,458 - 1\,948}{5\,000} = -0{,}1020$ und $\overline{x} = -0{,}1020 < 0 = \mu_0$
H_0:„Die mittlere Anzahl von Hunden eines Einwohners ist nicht kleiner als die mittlere Anzahl seiner Katzen“; d.h. $H_0 : E[X] \geq 0$
H_1:„Die mittlere Anzahl von Hunden eines Einwohners ist kleiner als die mittlere

Anzahl seiner Katzen“; d.h. $H_0 : E[X] < 0$
p-Wert $\approx F_U(-6{,}2) \approx 0 \leq 0{,}05$; d.h. Ablehnung von H_0; d.h. die mittlere Anzahl von Hunden eines Einwohners ist signifikant kleiner als die mittlere Anzahl seiner Katzen.