Technische Hochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 3914
Email: jutta.arrenberg@th-koeln.de
website: *http://th-koeln.arrenberg.com/*

Brückenkurs über Wurzeln

Definition $a \geq 0$	Eigenschaft	Beispiele
$\sqrt{a} = x$ für $x^2 = a$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$	$\sqrt{144} = 12$ $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 7$
$\sqrt[3]{a} = x$ für $x^3 = a$	$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = a$	$\sqrt[3]{125} = 5$ $\sqrt[3]{11} \cdot \sqrt[3]{11} \cdot \sqrt[3]{11} = 11$
$\sqrt[n]{a} = x$ für $x^n = a$	$\underbrace{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \ldots \sqrt[n]{a}}_{n\text{-mal}} = a$	
$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$	$32^{-\frac{1}{5}} = \dfrac{1}{32^{\frac{1}{5}}} = \dfrac{1}{\sqrt[5]{32}} = \dfrac{1}{2}$
	$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[5]{32 \cdot 243} = \sqrt[5]{7\,776} = 6 = 2 \cdot 3 = \sqrt[5]{32} \cdot \sqrt[5]{243}$
	$\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt[3]{\dfrac{8}{64}} = \sqrt[3]{\dfrac{1}{8}} = \dfrac{1}{2} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{64}}$

Was gilt nicht?

$\sqrt[3]{-8}$ ist nicht definiert, sonst wäre $-2 = \sqrt[3]{-8} = (-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64} = +2$\`
$\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$
$\sqrt[n]{a-b} \neq \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$
$\sqrt[n]{a^n + b^n} \neq a + b$

Technische Hochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 3914
Email: jutta.arrenberg@th-koeln.de
website: *http://th-koeln.arrenberg.com/*

Übungen zum Brückenkurs über Wurzeln

Aufgabe W.1
Eine quadratische Weide mit einer Fläche von 800m^2 soll eingezäunt werden. Dabei sollen 3 m für ein Tor freigelassen werden.

a) Wie lang ist eine Seite des Zauns?

b) Wie viel Meter Zaun sind zu kaufen?

c) Ohne vorher Nachzudenken wurde ein Zaun für die Weide gekauft, der das Tor unberücksichtigt ließ, also die Weide komplett umzäunen würde. Da jedoch ein Tor von 3 m Breite benötigt wird, stellt sich die Frage, welche quadratische Fläche sich mit dem schon gekauften Zaun plus 3m Tor eingrenzen ließe?

Aufgabe W.2
Der Jahresumsatz eines Start-ups hat sich alle zwei Jahre verdoppelt. Um wie viel Prozent ist der Jahresumsatz binnen acht Jahren

a) insgesamt gestiegen?

b) durchschnittlich pro Jahr gestiegen?

Aufage W.3
Mit einem Zaun von 80 Meter Länge soll eine Stellfläche für Weihnachtsbäume umzäunt werden. Welche der beiden Formen

1. quadratisch

2. rechteckig, aber nicht quadratisch

ist als Stellfläche zu wählen, damit die eingezäunte Fläche möglichst groß ist?

Lösung zu Aufgabe W.1:

a) a=Seite der Weide
Fläche $= a^2 = 800 \Rightarrow a = \sqrt{800} = 28{,}28427$
d.h. eine Seite des Zauns hat die Länge 28,3 m.

b) Umfang $= 4a - 3 = 4 \cdot 28{,}28427 - 3 = 110{,}1371$
d.h. es sind ca. 110,2 Meter Zaun zu kaufen.

c) Umfang $= 4\sqrt{800} + 3 = 116{,}1371$
$116{,}1371 \div 4 = 29{,}03427$ m
$29{,}03427^2 = 842{,}9889$
d.h. mit dem Tor und dem schon gekauften Zaun könnte eine Fläche von ca. 843m^2 eingegrenzt werden.

Lösung zu Aufgabe W.2:

a) $2^4 = 16$ Faktor
d.h. der Umsatz ist binnen acht Jahren auf das 16-Fache gestiegen;
Rate = Faktor $-1 = 16 - 1 = 15 \widehat{=} + 1\,500\%$
d.h. der Umsatz ist binnen acht Jahren um 1 500% gestiegen.

b) $\sqrt[8]{2^4} = 2^{\frac{4}{8}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} = 1{,}414214$ Faktor
Rate = Faktor $-1{,}414214 = 0{,}414214 \widehat{=} + 41{,}42\%$
d.h. der Umsatz ist binnen acht Jahren um 41,42% durchschnittlich pro Jahr gestiegen.

Lösung zu Aufgabe W.3:
Umfang = 80

1. Bei einer quadratischen Fläche würde der Flächeninhalt somit $20^2 = 400\text{m}^2$ betragen.

2. Für eine rechteckige Fläche mit den beiden Seiten a und b beträgt der Umfang $2a + 2b = 80 \Leftrightarrow b = 40 - a$. Und die Fläche beträgt $a(40 - a)$. Wenn diese Fläche größer als 400 sein soll, muss gelten: $a(40 - a) > 400$
D.h. $0 > 400 - a(40 - a) = 400 - 40a + a^2 = (20 - a)^2$ ↯, da eine Quadratzahl nicht kleiner als null sein kann.

D.h. die Fläche ist am größten, wenn eine quadratische Form gewählt wird.

Technische Hochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 3914
Email: jutta.arrenberg@th-koeln.de
website: *http://th-koeln.arrenberg.com/*

Brückenkurs über Wurzeln

Arbeitsblatt

Übung:

Welche der vorgeschlagenen Lösungen ist richtig? Bitte bestimmen Sie ohne Taschenrechner die Lösung unter den jeweils fünf vorgeschlagenen Lösungsalternativen.

1. $\sqrt{7}\left(7\sqrt{20} - 7\sqrt{75}\right) =?$
   - $14\sqrt{35} - 35\sqrt{21}$
   - $35\sqrt{35} - 14\sqrt{21}$
   - $14\sqrt{5} - 35\sqrt{3}$
   - $5\sqrt{14} - 3\sqrt{35}$
   - $35\sqrt{5} - 14\sqrt{3}$
2. $\sqrt[3]{81} =?$
   - $2\sqrt[3]{9}$
   - 3
   - $3\sqrt[3]{3}$
   - $3\sqrt[3]{9}$
   - $3\sqrt{3}$
3. $\sqrt{147} =?$
   - 21
   - $49\sqrt{3}$
   - 49
   - $7\sqrt{3}$
   - 7^3
4. $\left(2\sqrt{162}\right) / \left(3\sqrt{96}\right) =?$
   - $\frac{1}{4}\sqrt{2}$

- $\frac{3}{4}\sqrt{2}$
- $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- $\frac{1}{4}\sqrt{3}$
- $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

5. $\sqrt{112} - \sqrt{63} + \sqrt{28} = ?$
   - $9\sqrt{7}$
   - $9\sqrt{3}$
   - $3\sqrt{7}$
   - $7\sqrt{3}$
   - $\sqrt{77}$

6. $\sqrt{3}\left(3\sqrt{12} - 5\sqrt{3}\right) = ?$
   - 3
   - $18 - 5\sqrt{3}$
   - $6\sqrt{3} - 15$
   - 33
   - $\sqrt{3}$

Lösung:

1. $\sqrt{7}\left(7\sqrt{20}-7\sqrt{75}\right) = 7\sqrt{140}-7\sqrt{525} = 7\sqrt{4\cdot 35}-7\sqrt{21\cdot 25} = 14\sqrt{35}-35\sqrt{21}$
2. $\sqrt[3]{81}=\sqrt[3]{3^4}=3\sqrt[3]{3}$
3. $\sqrt{147}=\sqrt{3\cdot 49}=7\sqrt{3}$
4. $\left(2\sqrt{162}\right)/\left(3\sqrt{96}\right)=\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3^4\cdot 2}}{\sqrt{2^5\cdot 3}}=\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3^3}}{\sqrt{2^4}}=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2^2}\cdot 3\sqrt{3}=\frac{1}{2}\sqrt{3}$
5. $\sqrt{112}-\sqrt{63}+\sqrt{28}=\sqrt{2^4\cdot 7}-\sqrt{3^2\cdot 7}+\sqrt{2^2\cdot 7}=2^2\sqrt{7}-3\sqrt{7}+2\sqrt{7}=3\sqrt{7}$
6. $\sqrt{3}\left(3\sqrt{12}-5\sqrt{3}\right) = 3\sqrt{3\cdot 12}-5\sqrt{3}\sqrt{3} = 3\sqrt{3^2\cdot 2^2}-5\cdot 3 = 3\cdot 6-15 = 18-15=3$