Aufgabe 8.1

$G(x) = p(x) \cdot x - K(x) = -0{,}02x^2 + 399{,}6x - 10000$

a) Notw. Bed.

$0 = G'(x) = -0{,}04x + 399{,}6 \iff x = 9990$

Hinr. Bed.

$G''(x) = -0{,}04 \underset{\text{immer}}{<} 0$

d.h. $x = 9990$ glob. Maximalstelle

$p(9990) = 200{,}2$ GE

b) G streng monoton steigend in

$[0; 8000]$; d.h. $x = 8000$ glob. Maxst.

$G(9990) - G(8000) = 79\,202$ GE

c) $x = 9990$ glob. Maximalstelle

Aufgabe 8.2

a) $G(x) = p(x) \cdot x - K(x) = -x^3 - 8x^2 + 460x - 100$

Notw. Bed.

$0 = G'(x) = -3x^2 - 16x + 460$

$\Leftrightarrow x = 10$ oder $\underbrace{x = -46/3}_{\notin \text{ Def. bereich}}$

Hinr. Bed.

$G''(x) = -6x - 16 \underset{\text{immer}}{<} 0$, da $x \geq 0$

$x = 10$ glob. Maximalstelle

$p(10) = 280$ GE

$G(10) = 2700$ GE

b) $G(x) = -x^3 - 8x^2 + 460x - 100 - 140x$

$= -x^3 - 8x^2 + 320x - 100$

Notw. Bed.

$0 = G'(x) = -3x^2 - 16x + 320$

$\Leftrightarrow x = 8$ oder $\underbrace{x = -40/3}_{\notin \text{ Def. bereich}}$

Hinr. Bed.

$G''(x) = -6x - 16 \underset{\text{immer}}{<} 0$; $x = 8$ glob. Max

$p(8) = 320$ GE

$G(8) = 1436$ GE

abzuführende Steuer $= 140 \cdot 8 = 1120$ GE

Aufgabe 8.3

a) $0 = G'(x) = -0{,}03x^2 + 0{,}4x + 15$

$\Leftrightarrow x = 30$ oder $\underbrace{x = -50/3}_{\notin \text{Def.-bereich}}$

$G''(x) = -0{,}06x + 0{,}4 \underset{\text{immer}}{<} 0$; da $x \in [10;40]$

d.h. $x = 30$ glob. Maximalstelle

Grenzkosten $K'(x) = 0{,}03x^2 - 0{,}4x + 5$

$K'(30) = 20$ GE

Stückkosten $k(30) = \frac{K(30)}{30} = \frac{340}{30} = 11{,}\overline{3}$ GE

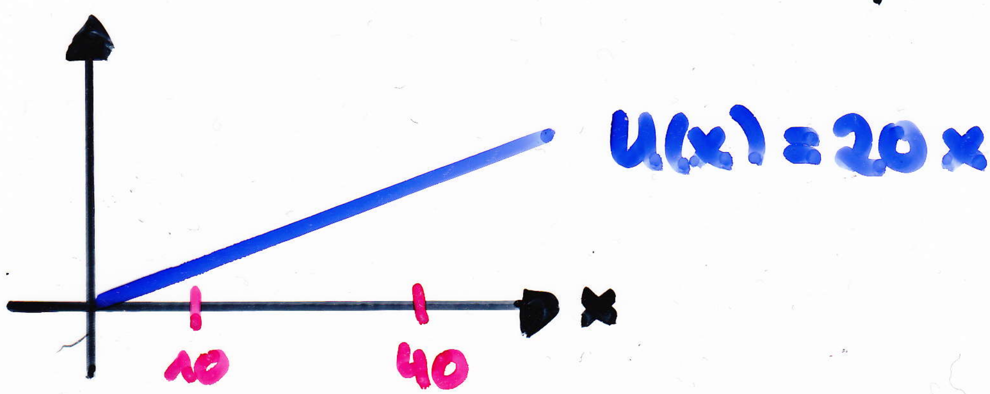
b) $k_v(x) = \frac{K_v(x)}{x} = 0{,}01x^2 - 0{,}2x + 5$

$0 = k_v'(x) = 0{,}02x - 0{,}2 \Leftrightarrow x = 10$

$k_v''(x) = 0{,}02 \underset{\text{immer}}{>} 0$; d.h. $x = 10$ glob. Min

Betriebsminimum $= k_v(10) = 4$ GE

c) $U(x) = G(x) + K(x) = 20x$; $x \in [10;40]$



$x = 40$ glob. Maximalstelle

Aufgabe 8.4

a) $$576 = 6 \cdot \sqrt[3]{r^2} - 24$$

$$600 = 6 \cdot \sqrt[3]{r^2}$$

$$100 = \sqrt[3]{r^2}$$

$$1\,000\,000 = r^2$$

$$1000 = r$$

$$U(576) = 20 \cdot 576 = 11\,520$$

$$K(1000) = 8 \cdot 1000 = 8000$$

$$G(576) = 11\,520 - 8000 = 3520 \text{ GE}$$

b) $$x = 6 \cdot \sqrt[3]{r^2} - 24$$

$$x + 24 = 6 \cdot \sqrt[3]{r^2}$$

$$\frac{x}{6} + 4 = \sqrt[3]{r^2}$$

$$\left(\frac{x}{6} + 4\right)^3 = r^2$$

$$\sqrt{\left(\frac{x}{6} + 4\right)^3} = r$$

Aufgabe 8.4 (Fortsetzung)

$$K(x) = 8 \cdot t = 8 \cdot \sqrt{\left(\frac{x}{6}+4\right)^3}$$

$$G(x) = U(x) - K(x)$$

$$= 20x - 8 \cdot \sqrt{\left(\frac{x}{6}+4\right)^3}$$

c) $$G'(x) = 20 - 8 \cdot \frac{3}{2}\left(\frac{x}{6}+4\right)^{1/2} \cdot \frac{1}{6}$$

$$= 20 - 2\sqrt{\frac{x}{6}+4}$$

$$0 = 20 - 2\sqrt{\frac{x}{6}+4}$$

$$2\sqrt{\frac{x}{6}+4} = 20$$

$$\sqrt{\frac{x}{6}+4} = 10$$

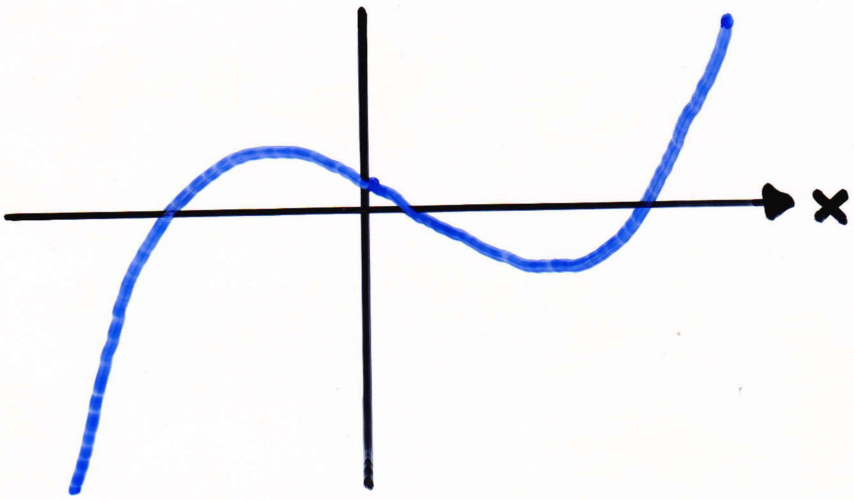
$$\frac{x}{6}+4 = 100 \iff x = 576$$

$$G''(x) = -\frac{1}{6\sqrt{\frac{x}{6}+4}} \underset{\text{immer}}{<} 0$$

d.h. $x = 576$ glob. Maximalstelle

Aufgabe 8.5

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 \quad ; \; x \in \mathbb{R}$



$x = -1$ lok. Maximalstelle

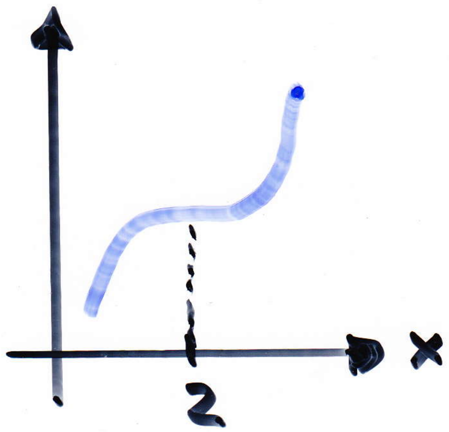
$x = 2$ lok. Minimalstelle

$x = 0{,}5$ Wendestelle

keine Sattelstellen

Aufgabe 2.6

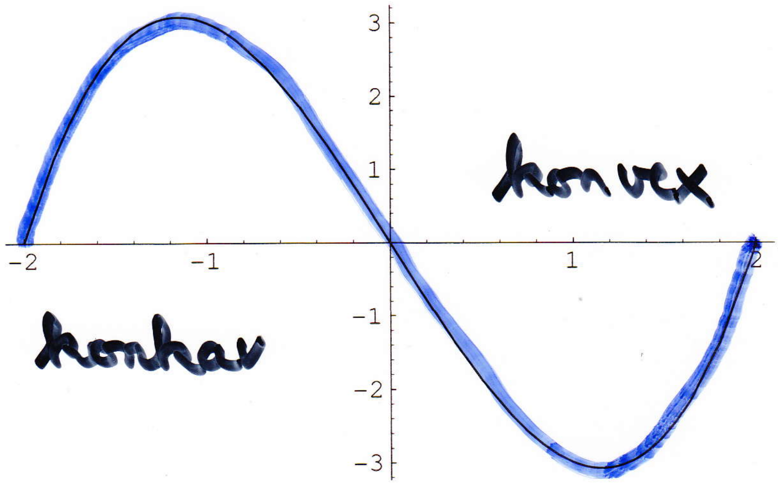
$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \;;\; x \in \mathbb{R}$$



$x = 2$ Sattelstelle

keine Extremstellen

Aufgabe 8.7



a) nein, da $f(0) = -4$

c) nein, da $f''(x) = -6x$; d.h. f wechselt von konvex zu konkav in $x = 0$

d) nein, da Wendestelle nicht in $x = 0$, sondern in $x = \pm\sqrt{2/3}$

e) nein, da Wendestelle nicht in $x = 0$, sondern in $x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$

h) ja

Aufgabe 8.8

Preis	Output	Umsatz	Gesamtkosten	Fixkosten	Variable Kosten	Stückkosten	variable Stückkosten	Grenzkosten
	Betriebsoptimum	4 000	4 000	2 500			1,5	

stelle

Aufgabe 8.8

a) Output $x = 1000$ ME

$x = 1000$ ME Betriebsoptimums-Stelle

b) Stückkosten $k(1000) = 4$ GE = langfristige Preis-Untergrenze *)

c) Notwendige Bedingung für das Betriebsoptimum:

$$0 = k'(x) = \left(\frac{K(x)}{x}\right)' \underset{\text{Quotientenr.}}{=}$$

$$= \frac{K'(x)\cdot x - K(x)\cdot 1}{x^2}$$

Grenzkosten

Stückkosten $k(x)$

$$= \frac{K'(x) - \frac{K(x)}{x}}{x}$$

d.h. $K'(x) = k(x)$ an der Stelle $x = 1000$

Fazit: $K'(1000) = k(1.000) = 4$ GE

---

*) Mikroökonomie